



Extramaterial till Matematik Beta

NIVÅ
TRÄNA
UTVECKLA

Triangelns area

LÄRARE

I den här uppgiften får du och dina elever bekanta er med det digitala verktyget Desmos Geometry. Eleverna får träna sig i att skapa olika geometriska figurer och beräkna arean av dem med hjälp av Desmos Geometry samt använda Desmos som ett verktyg när de arbetar med problemlösning. Eleverna får träna på att använda relevanta begrepp för att beskriva figurerna och repeterar begreppen längdenhet och areaenhet. De får även träna sig i att redogöra för sina beräkningar för sina klasskamrater.

Elevuppgifterna finns i två nivåer, Träna och Utveckla. Vi föreslår att du samråder med eleverna om vilken nivå de ska arbeta med beroende på vilka förkunskaper de har.

Förutom elevuppgifterna finns även en "lathund" där de viktigaste funktionerna i Desmos Geometry finns beskrivna.

SYFTE

Syftet med övningen är att eleven ska

- bekanta sig med ett digitalt hjälpmedel.
- skapa geometriska figurer med ett digitalt hjälpmedel.
- använda begrepp för att beskriva olika geometriska figurer.
- beräkna och jämföra arean för några geometriska figurer.
- lösa problem med hjälp av geometri.
- kunna redogöra och argumentera för sina beräkningar och slutsatser.

TIDSÅTGÅNG

En lektion à 60 min för Träna respektive Utveckla

KOSTNAD

Gratis

UTRUSTNING

Datorer eller lärplattor samt webbsidan Desmos Geometry
<https://www.desmos.com/geometry>

REDOVISNING

Under lektionens gång finns det möjlighet att gå runt och titta på elevernas arbeten. Be dem berätta för dig hur de tänkt.

Eleverna skriver ned svar och beräkningar på enskilda uppgifter i sina räknehäften.

Eleverna diskuterar sitt resultat med en klasskamrat. Gå runt och lyssna hur de berättar om sina figurer och argumenterar för sina beräkningar. Uppmuntra dem till att använda sig av matematiska begrepp.

Eleverna kan t ex visa upp sina bilder de skapat i Desmos inför klassen om datorn/lärplattan kopplas mot en projektor.

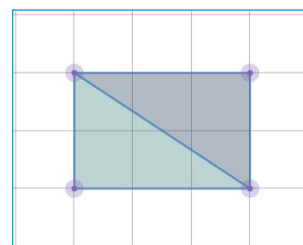
FALLGROPAR

Glöm inte att byta till verktyget "Select" när du ritat färdigt en bild och vill gå vidare.

När man ritat en figur måste man "stänga den" genom att klicka på den första punkten/hörnet igen.

För att kunna beräkna arean av de färgade fälten i en figur som den här, behöver man rita mönstret som två trianglar. Det räcker inte med att rita en rektangel och placera en triangel ovanpå den.

Det går inte att spara. Gör skärmdumpar (kopiera det som finns på skärmen) om ni vill spara ert arbete.



PEDAGOGISKA TIPS

Testa gärna verktyget själv först. Då får du en föräning om vilka eventuella problem eleverna kommer att stöta på.

Visa gärna de viktigaste funktionerna för eleverna i helklass innan ni sätter igång. I lathunden finns en beskrivning av verktyget.

Låt eleverna hjälpa varandra.

FÖRMÅGOR

- formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder,
- använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp,
- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

CENTRALT INNEHÅLL

- Centrala metoder för beräkningar med naturliga tal och enkla tal i decimalform vid överslagsräkning, huvudräkning samt vid beräkningar med skriftliga metoder och digitala verktyg. Metodernas användning i olika situationer.
- Grundläggande geometriska objekt däribland polygoner, cirklar, klot, koner, cylindrar, pyramider och rätblock samt deras inbördes relationer. Grundläggande geometriska egenskaper hos dessa objekt.
- Konstruktion av geometriska objekt, såväl med som utan digitala verktyg. Skala och dess användning i vardagliga situationer.
- Metoder för hur omkrets och area hos olika tvådimensionella geometriska figurer kan bestämmas och uppskattas.
- Jämförelse, uppskattning och mätning av längd, area, volym, massa, tid och vinkel med vanliga måttenheter. Mätningar med användning av nutida och äldre metoder.
- Strategier för matematisk problemlösning i vardagliga situationer.

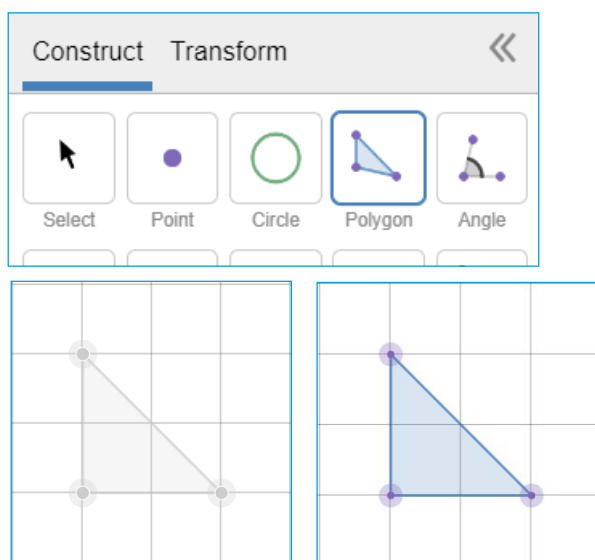
NIVÅ
TRÄNA

DEL 1: Triangelns area - triangel med rät vinkel

1. Verktöget Desmos Geometry kommer du till genom att följa länken: <https://www.desmos.com/geometry?lang=sv-SE>
Klicka på skiftnyckeln uppe till höger och klicka i "Show Grid" så rutnätet visas.

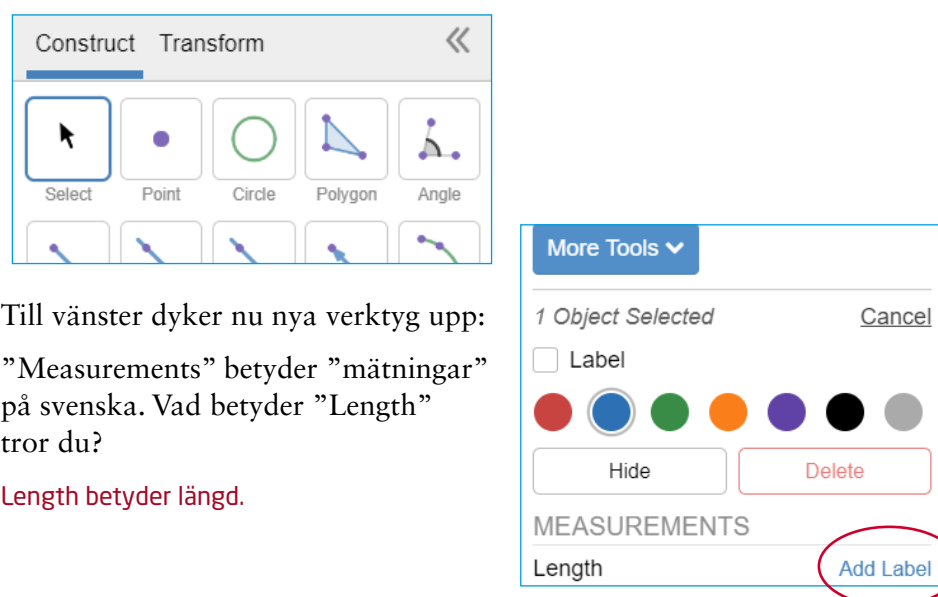


2. Välj verktyget "Polygon" och rita en triangel med rät vinkel och som har basen 2 le och höjden 2 le:



Klicka i de tre hörnen och avsluta med att klicka på det första hörnet igen.

3. Välj verktyget "Select" och klicka på triangelns bas.

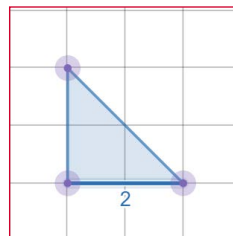


Till vänster dyker nu nya verktyg upp: "Measurements" betyder "mätningar" på svenska. Vad betyder "Length" tror du?

Length betyder längd.

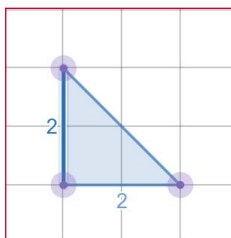
Klicka på "Add Label" efter "Length".
Vad händer?

Basens längd skrivs ut:



4. Gör nu samma sak med triangelns höjd.

Så här ser det ut då:



5. Nu har du märkt ut triangelns bas och höjd. Beräkna triangelns area.
Skriv din uträkning och svar i ditt räknehäfte.

$$\text{Triangelns area} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ ae}$$

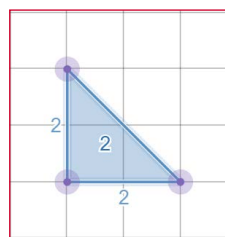
6. Klicka mitt i triangeln. Till vänster har det tillkommit ett par nya rader under "Measurements"

"Perimeter" är det engelska ordet för "Omkrets" och det ska vi inte arbeta med just nu.

MEASUREMENTS	
Area	Add Label
Perimeter	Add Label

Klicka istället på "Add Label" efter "Area". Vad händer? Jämför resultatet med ditt svar på uppgift 5.

Tvåan i mitten av triangeln står för arean = 2 ae, vilket är samma svar som vi fick på uppgift 5.

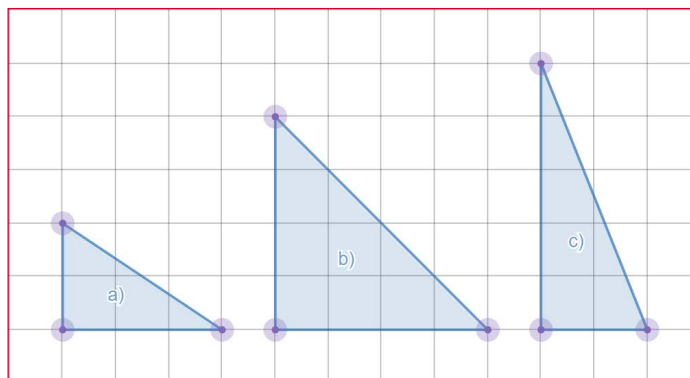


Nu ska du få använda Desmos och träna på egen hand.

7. Rita trianglar i Desmos. Trianglarna ska ha en rät vinkel och följande mått:

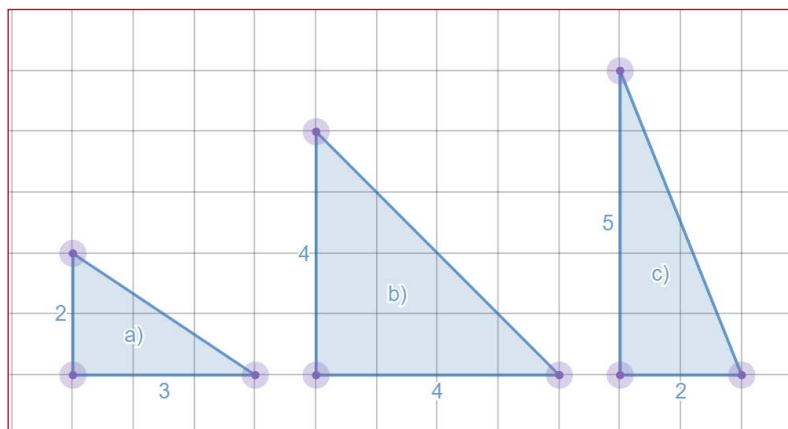
- basen 3 le och höjden 2 le
- basen 4 le och höjden 4 le
- basen 2 le och höjden 5 le

Exempel på elevsvar:



8. Ta hjälp av Desmos för att sätta ut bas och höjd som du gjorde i Del 1, uppgift 3 och 4.

Facit:



9. Beräkna triangelarnas area och skriv uträkningar och svar i ditt räknehäfte.

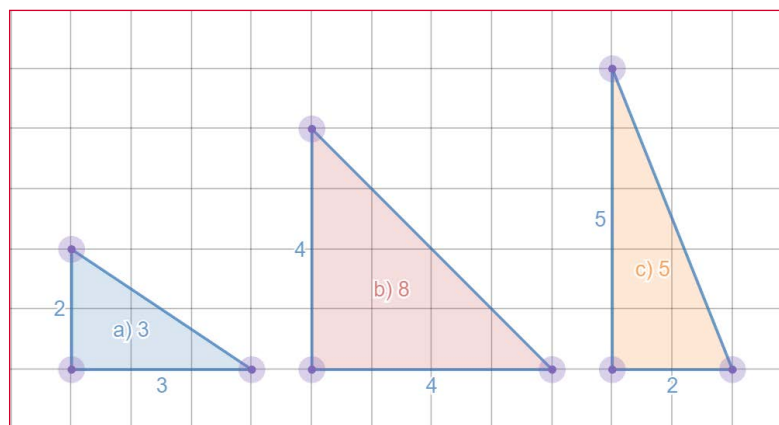
a) $\text{area} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ ae}$

b) $\text{area} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ ae}$

c) $\text{area} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5 \text{ ae}$

10. Ta hjälp av Desmos för att kontrollera att dina beräkningar av triangelarnas area stämmer.

Svaren på fråga 9 och 10 ska stämma överens med varandra.



DEL 2: Triangelns area - likbent triangel

Din lärare kommer att berätta om du ska diskutera svaren med en klasskamrat, visa läraren eller skriva ned dem i ditt räknehäfte.

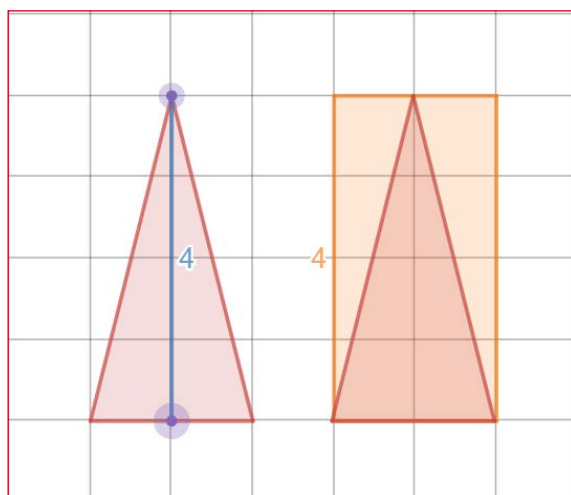
1. Nu ska du få arbeta vidare med **likbenta trianglar**. Vad betyder det att en triangel är **likbent**?

I en likbent triangel är två av benen lika långa. (Även två vinklar är lika stora)

2. Hur hittar man **höjden** i en likbent triangel? Jämför den röda triangeln med den blå som har en rät vinkel. Ta hjälp av bilderna nedan.



Höjden av den likbenta röda triangeln är **inte** samma sak som längden av någon av de två långa sidorna. Höjden av den röda triangeln är samma som höjden av den gula rektangeln, det vill säga 4 le:



3. Hur beräknar man **arean** hos en likbent triangel? Du kan använda triangeln i uppgift 2 som exempel. Diskutera tillsammans med en klasskamrat.

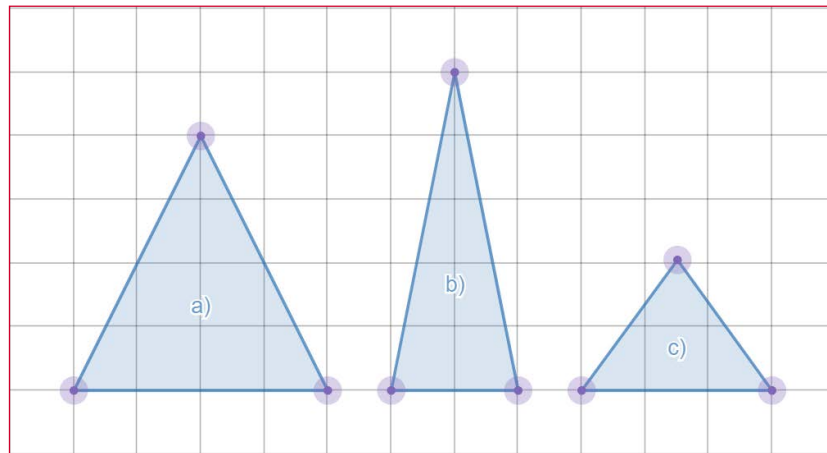
Som man kan se i uppgift 2 är triangeln "en halv rektangel". Därför tar man basen multiplicerat med höjden dividerat med 2 för att få fram triangelns area.

Area rektangel = bas · höjd

Area triangel = (bas · höjd) / 2

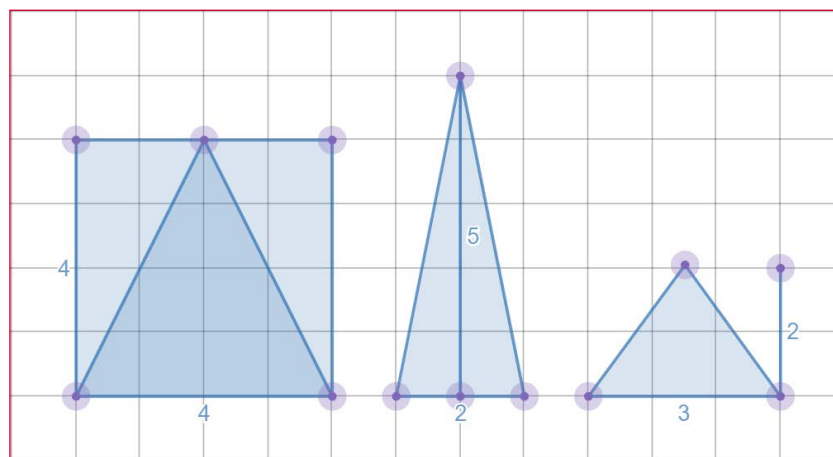
4. Ta hjälp av Desmos och rita **likbenta trianglar** med följande mått.
- basen 4 le och höjden 4 le
 - basen 2 le och höjden 5 le
 - basen 3 le och höjden 2 le

Facit

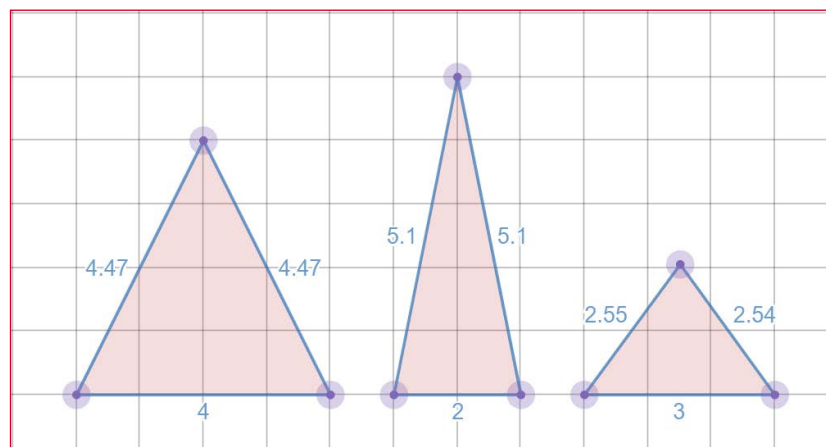


5. Ta hjälp av Desmos för att sätta ut bas och höjd som du gjorde i Del 1.

Bilden nedan visar några olika sätt eleven kan tänkas visa höjden i trianglarna:



Observera att detta **inte** är rätta svaren då eleven inte satt ut höjden utan längden av alla sidor:



6. Beräkna triangelarnas area på egen hand och skriv ned beräkningar och svar i ditt räknehäfte.

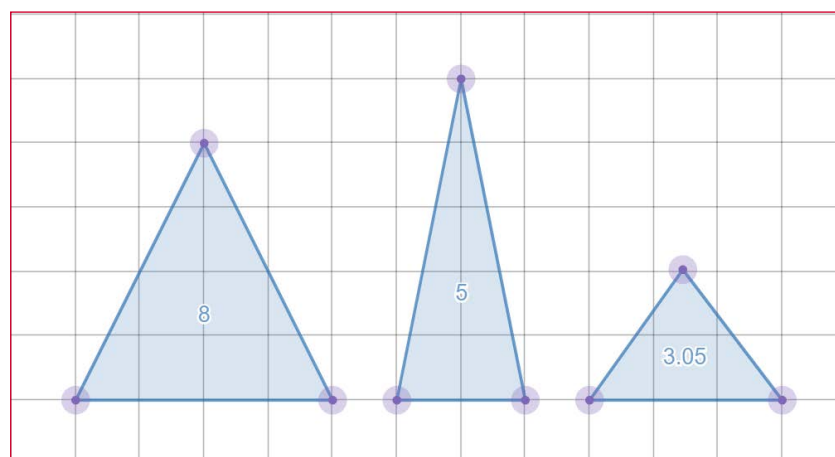
a) $\text{area} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ ae}$

b) $\text{area} = \frac{2 \cdot 5}{2} = 5 \text{ ae}$

c) $\text{area} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3 \text{ ae}$

7. Ta sedan hjälp av Desmos för att kontrollera dina beräkningar.

Observera att svaret på uppgift c) inte är 3 ae enligt exemplet nedan. Det **ska** vara 3 ae, men det kan vara lite svårt att placera alla hörnen rätt, särskilt om något av hörnen ska försöka placeras mitt på en stömlinje som i uppgift c).

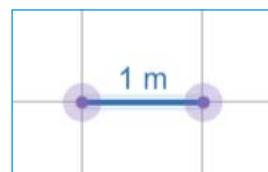


8. Rita egna trianglar, sätt ut bas och höjd samt beräkna arean.

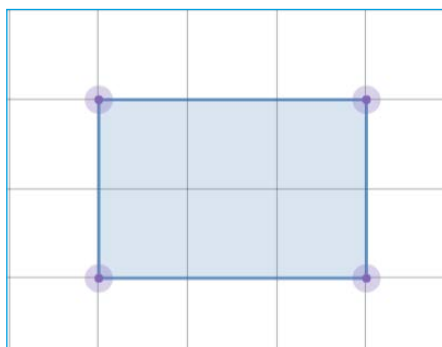
DEL 3: Problemlösning med Desmos Geometry

När du arbetar med de här uppgifterna ska du räkna med att längden på en ruta är 1 meter i verkligheten.

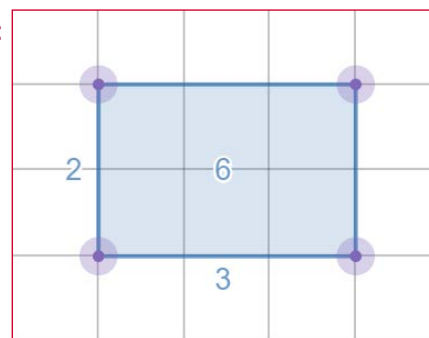
Använd Desmos för att rita bilder och göra beräkningar.



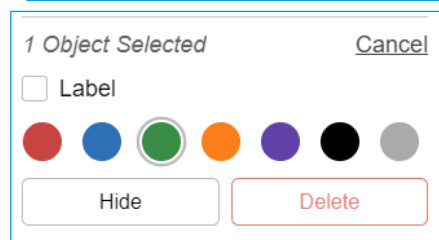
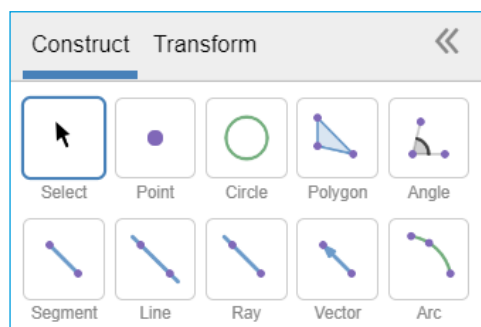
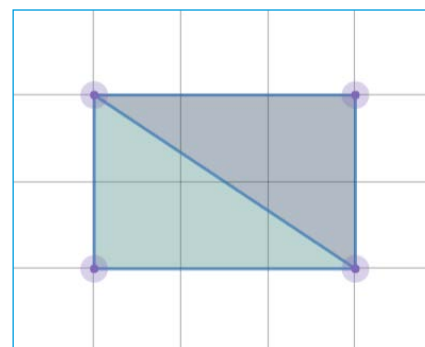
1. Lisen ska måla golvet i sin lekstuga. Hur stor area har golvet som ska målas?
Rita av bilden i Desmos. Sätt ut längden av bas och höjd och beräkna arean.



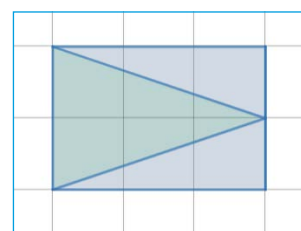
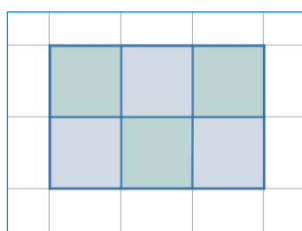
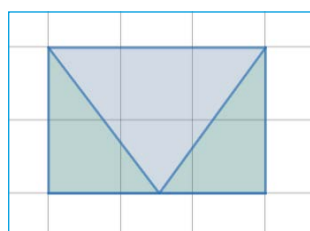
Facit:



2. Lisen vill ha ett mönster på golvet. Komplettera din bild med Lisens mönster.
För att byta färg på en figur, klickar du på "Select", och sedan på önskad figur och väljer därefter färg:



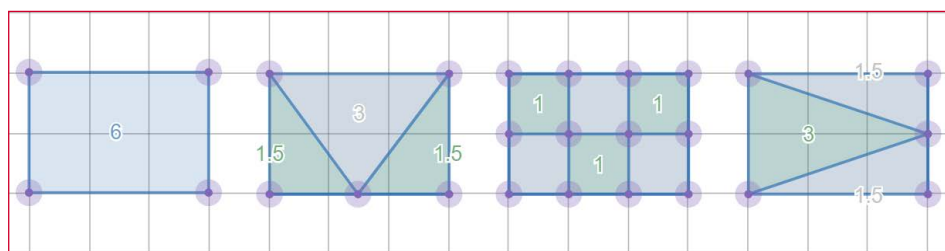
3. Hur stor area har det gröna respektive det grå området?
Skriv ned svaret i ditt räknehäfte.
Arean av rektangeln är 6 m^2 . Alltså är triangelnarnas area hälften, det vill säga 3 m^2 .
4. Blir det någon skillnad om hon istället målar golvet på något av de här sätten? Diskutera med en klasskamrat.



Exempel på elevsvar: "Det borde inte vara någon skillnad. Man målar fortfarande halva golvet grönt och halva grått".

5. Använd Desmos för att rita av de tre alternativen ovan. Beräkna därefter arean för de grå respektive gröna områdena. Jämför ditt resultat med vad ni kom fram till i uppgift 4. Skriv ned vad du kom fram till i ditt räknehäfte.

Exempel på lösning:

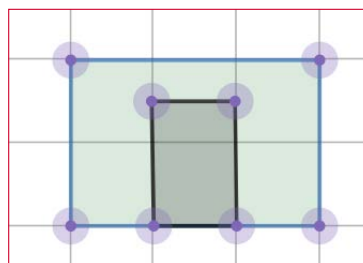


6. Lekstugan är 2 m hög och dörren sitter på ena långsidan. Rita en bild i Desmos över hur långsidan på lekstugan kan tänkas se ut.

Exempel på elevsvar:

Observera att längden av bas och höjd på långsidan inte varierar. Bara dörrens form, storlek och placering.

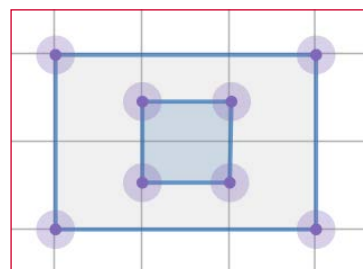
Kontrollera att eleverna är bekanta med begreppen lång- och kortsida.



7. På den andra långsidan finns ett fönster. Rita en bild över hur den andra långsidan kan tänkas se ut.

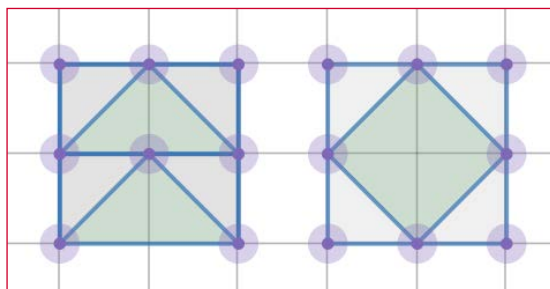
Exempel på elevsvar:

Observera att längden av bas och höjd på långsidan inte varierar. Bara fönstrets form, storlek och placering.



8. På kortsidorna finns inga fönster, men Lisen vill rita något mönster med hjälp av trianglar. Rita bilder över hur du tycker att kortsidorna ska se ut.

Exempel på elevsvar:



Observera att längden av bas och höjd på kortsidorna inte varierar. Bara mönstrets form, storlek och placering.

9. Hur stor area har varje färgat område? Hur stor area är grön?
Hur stor area är grå? osv

På den här uppgiften kommer eleverna få olika svar. Diskutera gärna med eleverna **varför** de får olika svar.

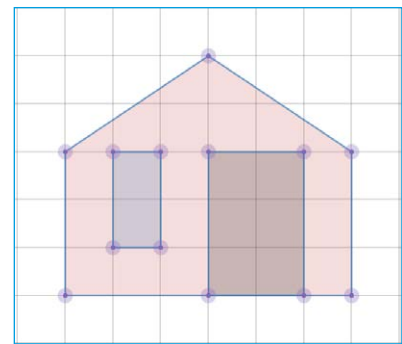
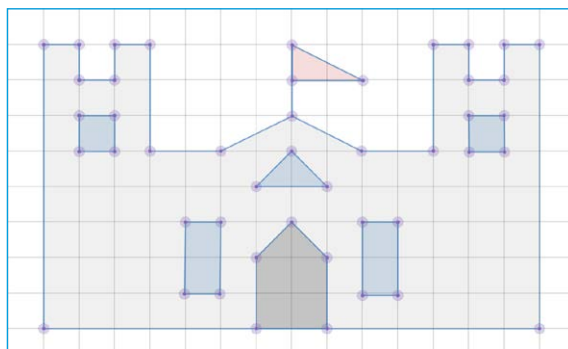
10. Hjälp Lisen att räkna ut hur mycket hon ska köpa av varje färg för att måla sin lekstuga. En liter färg räcker till 4 m^2 .

Svaret på den här uppgiften är beroende av hur eleven har svarat på uppgift 6–9.

Den totala arean av respektive färg ska divideras med fyra för att eleven ska få reda på färgåtgången. Eleven kanske har andra strategier för att ta reda på hur många liter som behövs.

Låt gärna eleverna visa varandra!

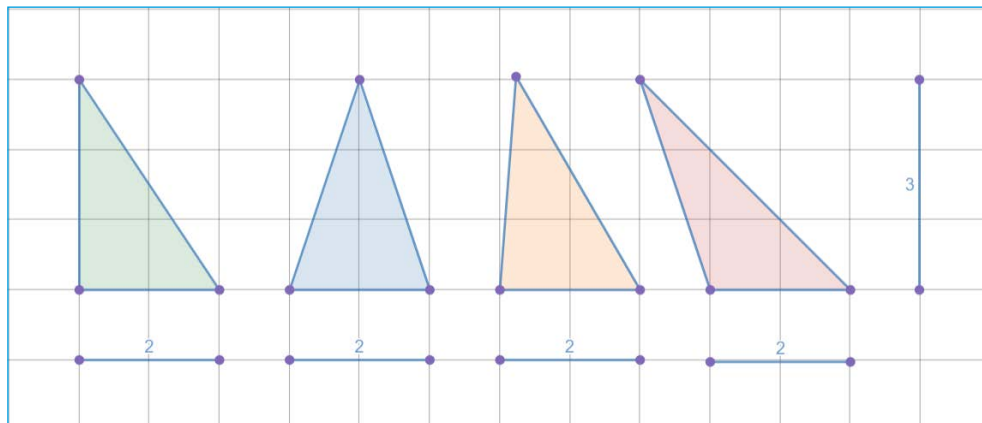
11. Använd din fantasi och rita egna hus, lekstugor, slott eller trädkojor. Använd både rektanglar och trianglar och låt fantasin flöda.
- Sätt ut mått
 - Beräkna area av till exempel väggar, golv, fönster, dörrar, flaggor/vimplar.
 - Beräkna färgåtgång och eventuellt tygåtgång om du ska sy flaggor eller vimplar.



DEL 1: Olika trianglar, samma area

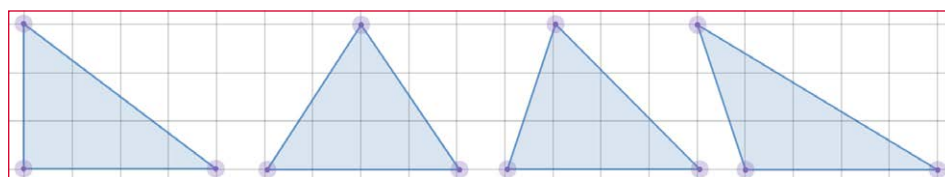
Följande trianglar har olika form, men samma bas och höjd och därmed samma area.

Eftersom basen är 2 le och höjden 3 le har de arean 3 ae:



1. Skapa på liknande sätt minst tre egna olika trianglar med basen 4 le och höjden 3 le i Desmos.

Exempel på elevsvar:



2. Räkna ut arean för dina trianglar och skriv svaret i ditt räknehäfte.

Trianglarnas area är: $\frac{4 \text{ le} \cdot 3 \text{ le}}{2} = 6 \text{ ae}$

3. Kontrollera dina svar genom att låta Desmos beräkna trianglarnas area: Börja med att markera (klicka i) vald triangel. Klicka sedan på "Add Label" under rubriken "Measurements"

MEASUREMENTS	
Area	Add Label
Perimeter	Add Label

Facit:



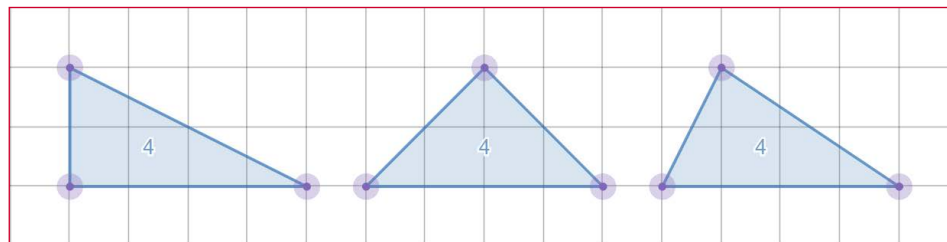
4. Skapa minst tre olika trianglar med samma bas och höjd och...

a) arean 4 ae

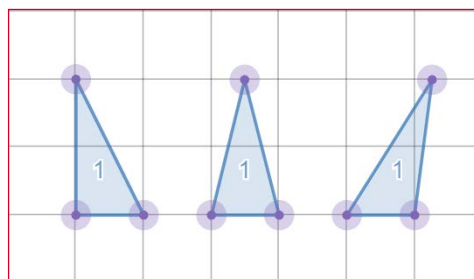
b) arean 1 ae

Exempel på elevsvar:

a)



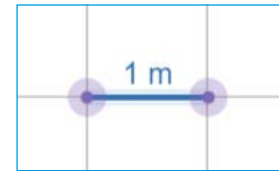
b)



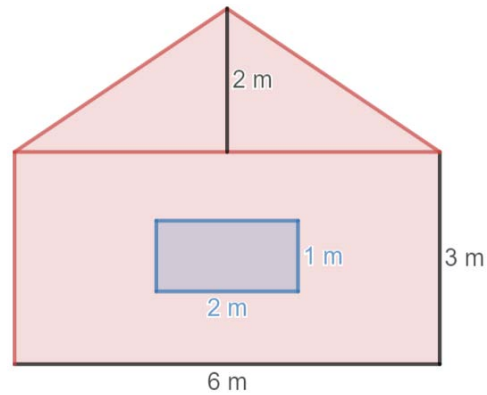
DEL 2: Problemlösning med Desmos

På följande uppgifter ska du använda Desmos för att rita bilder, sätta ut mått och göra beräkningar.

Längden av en ruta i Desmos motsvarar 1 m i verkligheten.



1. Den här väggen ska målas.
En liter färg räcker till 5 m^2 .



- a) Rita av väggen med hjälp av Desmos och sätt ut alla mått.
b) Hur stor area har den yta som ska målas? Beräkna först själv och kontrollera sedan svaret med hjälp av Desmos.

Exempel på elevlösning:

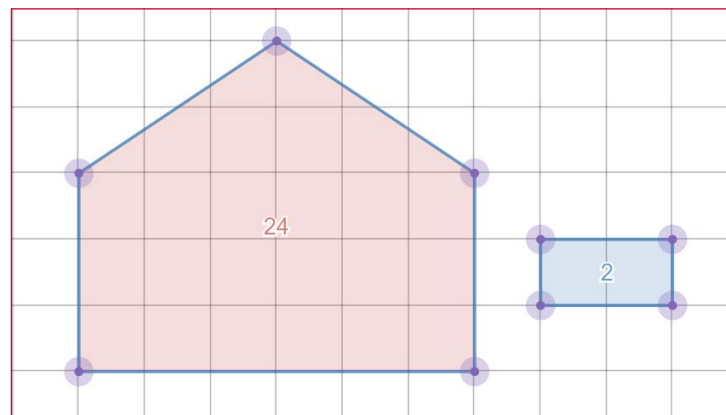
Triangeln bas: 6 m
höjd: 2 m
$$\text{area} = \frac{6 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}}{2} = 6 \text{ m}^2$$

Rektangel bas: 6 m
höjd: 3 m
$$\text{area} = 6 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$$

Fönster bas: 2 m
höjd: 1 m
$$\text{area} = 2 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 2 \text{ m}^2$$

Ska målas = Triangel + Rektangel - Fönster = $6 \text{ m}^2 + 18 \text{ m}^2 - 2 \text{ m}^2 = 22 \text{ m}^2$

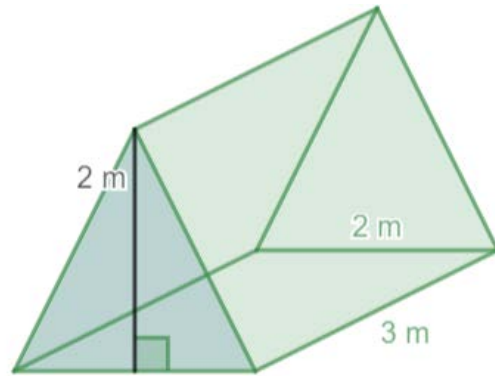
Exempel på lösning i Desmos:



- c) Ungefär hur många liter färg kommer att gå åt?

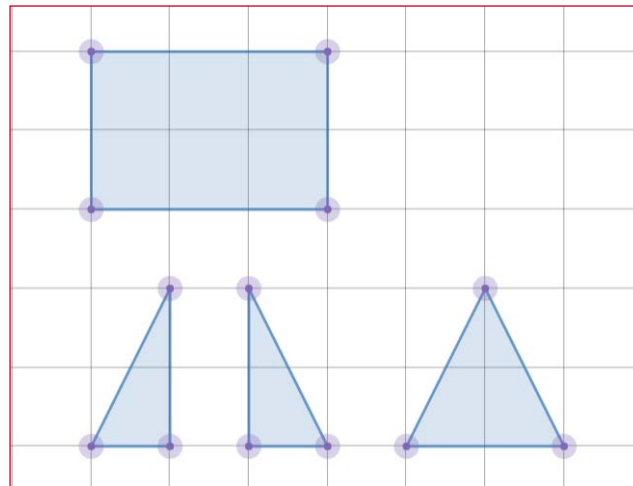
Exempel på elevsvar: "1 liter färg räcker till 5 m^2 . Väggen som ska målas har arean 22 m^2 . 4 liter färg räcker till 20 m^2 . 5 liter färg räcker till 25 m^2 . Så kanske ungefär 4,5 liter färg?"

2. Isaks tält har gått sönder. Istället för att köpa ett nytt ska han försöka reparera det och byta ut golvet och kortsidorna. Så här ser hans tält ut:



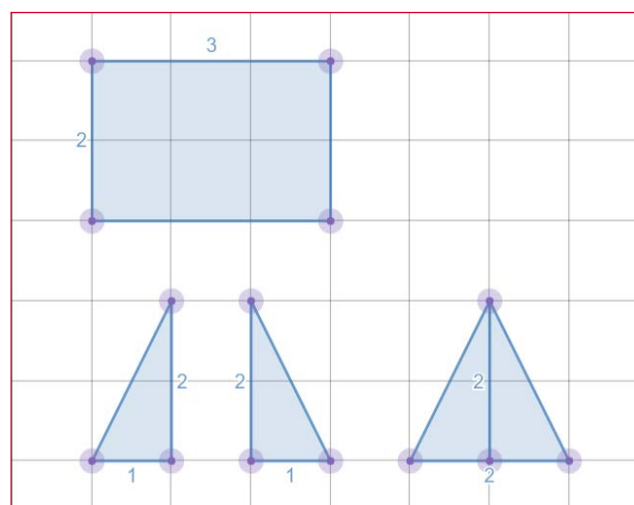
- a) Hjälp Isak att rita ett mönster över de delar golvet och kortsidorna består av. På en av kortsidorna ska det finnas en dragkedja. Den kortsidan består alltså av två mindre trianglar.

Exempel på elevsvar:



- b) Sätt ut längden av bas och höjd på alla delar.

Exempel på elevsvar:



- c) Hur mycket tyg behövs för att reparera tältet?
Beräkna arean i ditt räknehäfte. Bortse från sömsmånen.

Exempel på elevsvar:

Area botten: $3\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 6\text{ m}^2$

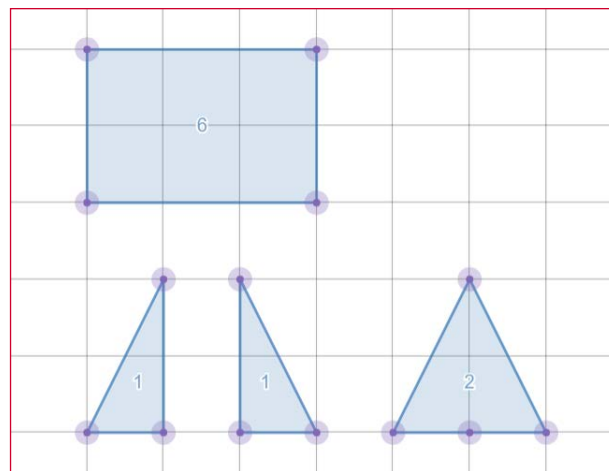
Area kortsida (stor): $\frac{2\text{ m} \cdot 2\text{ m}}{2} = 2\text{ m}^2$

Area kortsida (liten): $\frac{1\text{ m} \cdot 2\text{ m}}{2} = 1\text{ m}^2$ OBS: 2 stycken

Det behövs totalt: $6\text{ m}^2 + 2\text{ m}^2 + 1\text{ m}^2 + 1\text{ m}^2 = 10\text{ m}^2$

- d) Kontrollera med hjälp av Desmos om du räknat rätt.

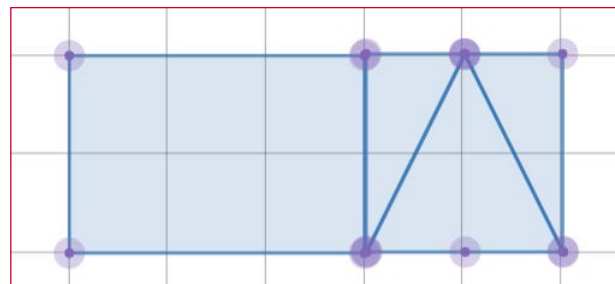
Exempel på elevsvar:



$6 + 2 + 1 + 1 = 10$

- e) Tyget Isak ska använda är 2 m brett. Hur ska han placera sitt mönster för att göra slut på så lite tyg som möjligt?

Exempel på elevsvar:



- f) Hur många meter tyg behöver han köpa?

Enligt lösningen ovan: 5 m tyg

Sömsmån

När man syr en söm går det alltid åt lite av tyget. Sömsmånen försvinner i själva sömmen. Så om man ska sy en tröja till exempel, behöver man lägga till någon centimeter där man ska sy en söm, annars blir tröjan för liten.