

Extramaterial till Matematik Gamma

NIVÅ
TRÄNA
UTVECKLA

Negativa tal

LÄRARE

Du och dina elever kommer nu att få bekanta er med de digitala verktygen Number Line från the Math Learning Center och Desmos Grafräknare. Eleverna kommer att använda Number Line för att arbeta med negativa tal på tallinjen. Med hjälp av Desmos Grafräknare får de träna på att arbeta med negativa koordinater i koordinatsystemet.

Elevuppgifterna finns i två nivåer, Träna och Utveckla. Vi föreslår att du samråder med eleverna om vilken nivå de ska arbeta med beroende på vilka förkunskaper de har.

Förutom elevuppgifterna finns även två ”lathundar” där de viktigaste funktionerna i Number Line respektive Desmos Grafräknare finns beskrivna.

SYFTE

Syftet med övningen är att eleven ska

- bekanta sig med digitala hjälpmedel.
- träna på att hitta och markera negativa tal på tallinjen.
- kunna använda tallinjen som stöd vid beräkningar med negativa tal.
- repetera hur man skriver koordinater för olika punkter i ett koordinatsystem.
- träna på att hitta koordinaterna för punkter där minst en av koordinaterna är negativ.
- träna på att lägga till punkter i koordinatsystemet där minst en av koordinaterna är negativ.
- försöka hitta koordinaterna för punkter som ligger på en given linje.

TIDSÅTGÅNG

En till två lektioner

KOSTNAD

Gratis

UTRUSTNING

Datorer eller lärplattor samt webbsidorna
<https://apps.mathlearningcenter.org/number-line/>
och
<https://www.desmos.com/calculator?lang=sv-SE>

Number Line går även att ladda ned som app här:
<https://www.mathlearningcenter.org/apps/number-line>

REDOVISNING

De första uppgifterna i Number Line (med gömda tal) är mest tänkta som träning. Eleven kan lätt ändra svar som blivit fel genom att gömma talet igen.

Under lektionens gång kan du gå runt och titta på elevernas tallinjer och lyssna på hur de argumenterar för sina beräkningar. Uppmuntra dem till att använda sig av matematiska begrepp. Be dem berätta för dig hur de tänkt.

I arbetet med Desmos kan eleven dela skärmdumpar och/eller skriva ned koordinater och svar i sitt räknehäfte.

Det finns många olika sätt att redovisa sina lösningar. Låt eleverna delge varandra sina olika lösningar genom att till exempel redovisa i mindre grupp eller helklass. Följ gärna upp med gemensamma diskussioner.

En elev som vill dela sitt arbete i Number Line med dig klickar på "Share".



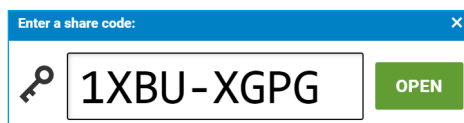
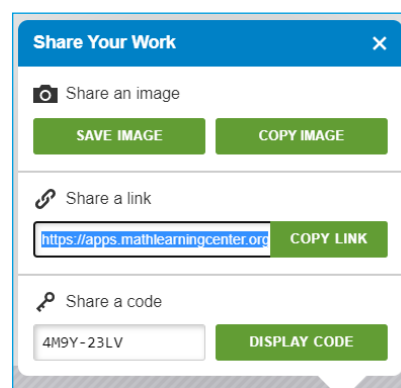
Därefter väljer eleven hur det ska delas.

Bilden kan **sparas** eller **kopieras** för att sedan klistras in ett annat dokument/mail.

Man kan kopiera en länk, som man sedan delar via mail till exempel.

Eller generera en kod som man delar med sin lärare.

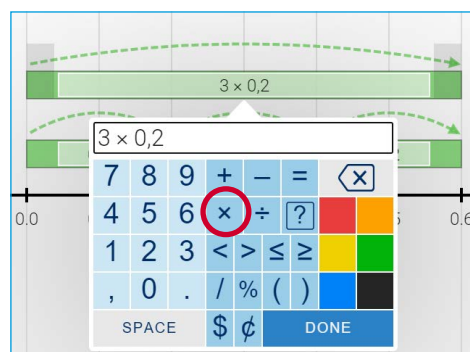
Om du som lärare fått en kod av en elev, klickar du på symbolen med nyckeln och skriver in koden för att komma åt elevens arbete.



De kan också ta skärmdumpar och klistra in bilden i ett annat dokument eller ett mail.

FALLGROPAR

Istället för det multiplikationstecken som eleverna är mest vana vid, används "x". Multiplikationen $3 \cdot 0,2$ skrivs således: $3 \times 0,2$





The Math Learning Center har amerikanskt ursprung. Därmed anges inte decimaltal på tallinjen med kommatecken utan punkt.

I Desmos är det viktigast att få till inställningarna för koordinatsystemet så att rätt del syns och att det blir så tydligt som möjligt för eleverna. Se därför till att eleverna tar bort stödlinjerna och att de gör inställningarna för axlarna så att de är graderade 1, 2, 3 osv.

Settings for the coordinate system in Desmos:

- Rutnät
- Gradering
- Mindre stödlinjer
- Pilar
- X-axeln
- lägg till etikett
- $-10.32 \leq x \leq 9.673$
- Steg: 1
- Y-axeln
- lägg till etikett
- $-5.707 \leq y \leq 5.12$
- Steg: 1

PEDAGOGISKA TIPS

Testa gärna verktygen själv först. Då får du en föräning om vilka eventuella problem som eleverna kan stöta på.

Visa gärna de viktigaste funktionerna för eleverna i helklass innan ni sätter igång. I lathundarna finns beskrivningar av verktygen som kan användas som underlag för genomgång.

FÖRMÅGOR

- välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter,
- formulera och lösa problem med hjälp av matematik och värdera valda strategier,
- använda matematikens uttrycksformer för att samtala om och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

CENTRALT INNEHÅLL

- Rationella tal, däribland negativa tal, och deras egenskaper samt hur talen kan delas upp och användas.
- Positionssystemet och hur det används för att beskriva hela tal och tal i decimalform.
- De fyra räknesätten och regler för deras användning vid beräkningar med naturliga tal.
- Metoder för beräkningar med naturliga tal och enkla tal i bråk- och decimalform vid överslagsräkning, huvudräkning och skriftlig beräkning. Användning av digitala verktyg vid beräkningar.
- Koordinatsystem och gradering av koordinataxlar.

Tallinjen

DEL 1: Negativa tal på tallinjen

Du ska nu få arbeta med negativa tal med hjälp av tallinjen. I lathunden "Number Line" finns en mer ingående förklaring av verktyget.

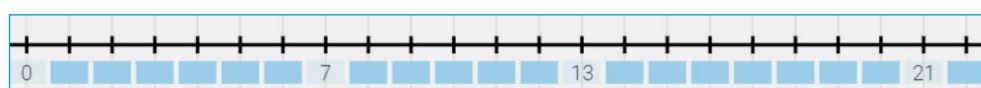
1. Eleven har öppnat "Number Line" och har lyckats dölja talen på tallinjen.

Repetition:

Klicka på rätt ruta för följande tal:

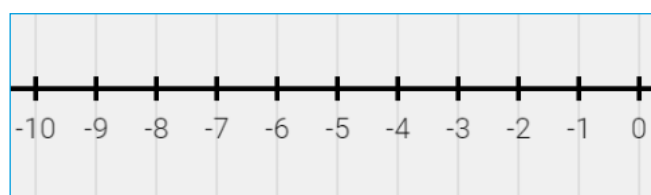
- a) 0
- b) 13
- c) 7
- d) 21

Om eleven gjort rätt, ser det ut så här:



Notera att eleven kan klicka på fel ruta men sedan "stänga" den rutan igen genom att klicka på den en gång till. Det går alltså att "tjuvkika" bakom rutorna.

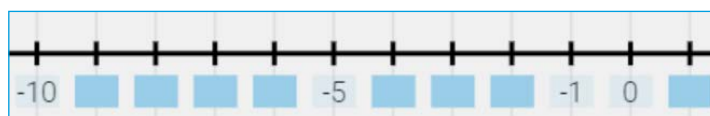
2. Eleven ändrar inställningarna för tallinjen så den ser ut så här:



3. Klicka på rätt ruta för följande tal:

- a) -10
- b) -5
- c) 0
- d) -1

Om eleven gjort rätt, ser det ut så här:

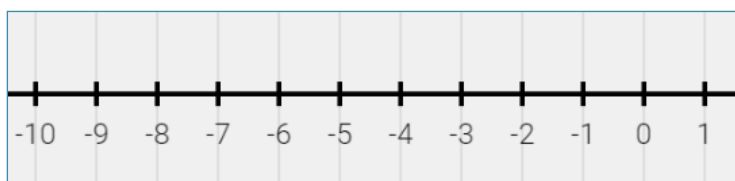


4. Gör uppgifter till en klasskamrat.

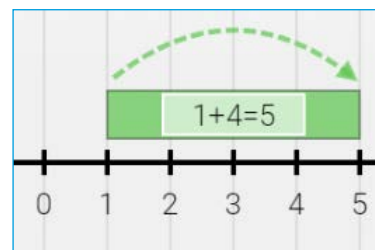
Kommentar: Elevens uppgift går att lösa och eleven löser klasskamraters uppgifter.

DEL 2: Räkna med negativa tal på tallinjen

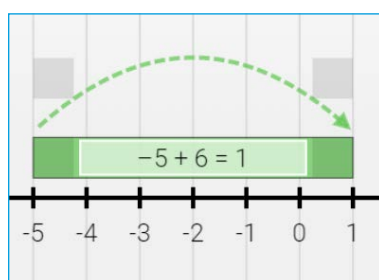
1. Eleven ändrar inställningarna för tallinjen så den startar på -10 och ser ut så här:



2. Eleven lägger till ett "hopp", korrigerar längd och placering samt skriver in räkneoperationen $1 + 4 = 5$:



3. Eleven lägger till ett nytt hopp, korrigerar längd och placering samt skriver in räkneoperationen $-5 + 6 = 1$:



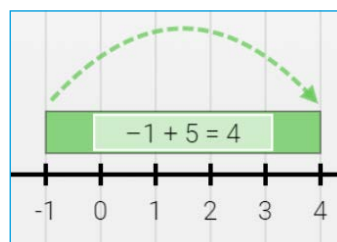
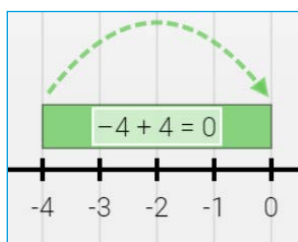
4. Gör på samma sätt med uppgifterna nedan. I dessa uppgifter får du veta vilket tal du startar på och hur många steg du ska ta. Vilken summa landar du på? Skriv uppgiften med svar i den gröna rutan.

a) $-4 + 4 =$

b) $-1 + 5 =$

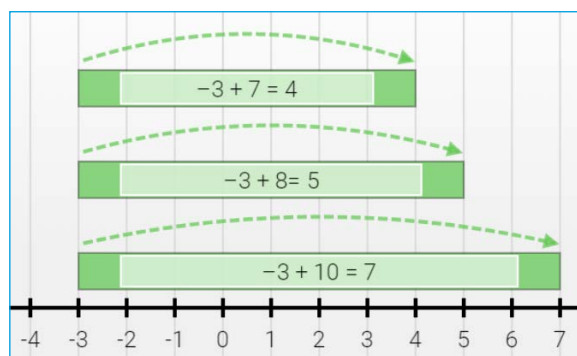
Rätt svar:

Rätt svar:



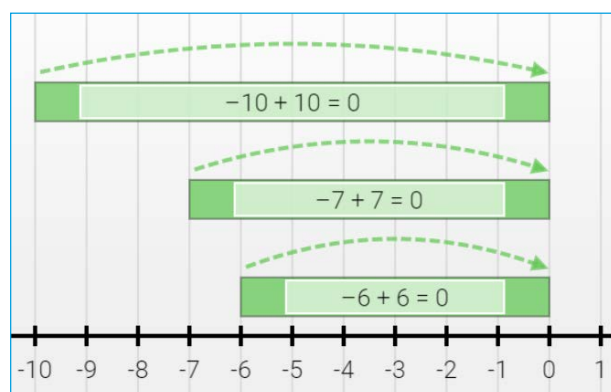
5. Ge tre exempel på räkneoperationer med addition där den första termen är -3 och summan är större än 3.

Exempel på elevsvar:

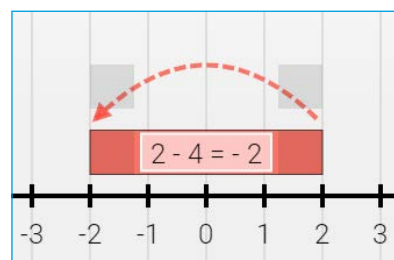


6. Ge tre exempel på räkneoperationer med addition där den första termen är mindre än -5 och summan är 0.

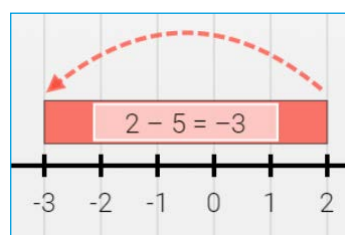
Exempel på elevsvar:



7. Eleven lägger till ett nytt hopp, korrigerar längd och placering samt skriver in räkneoperationen $2 - 4 = -2$:

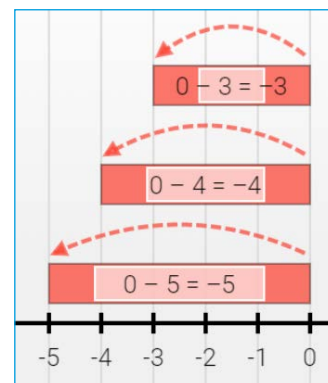


8. Eleven lägger till ett nytt hopp, korrigerar längd och placering samt skriver in räkneoperationen $2 - 5 = -3$:



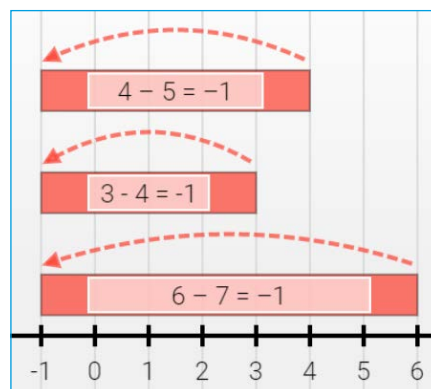
9. Ge tre exempel på räkneoperationer där den första termen är 0 och svaret är negativt.

Exempel på elevsvar:



10. Ge tre exempel på räkneoperationer med subtraktion där den första termen är positiv och differensen är -1 .

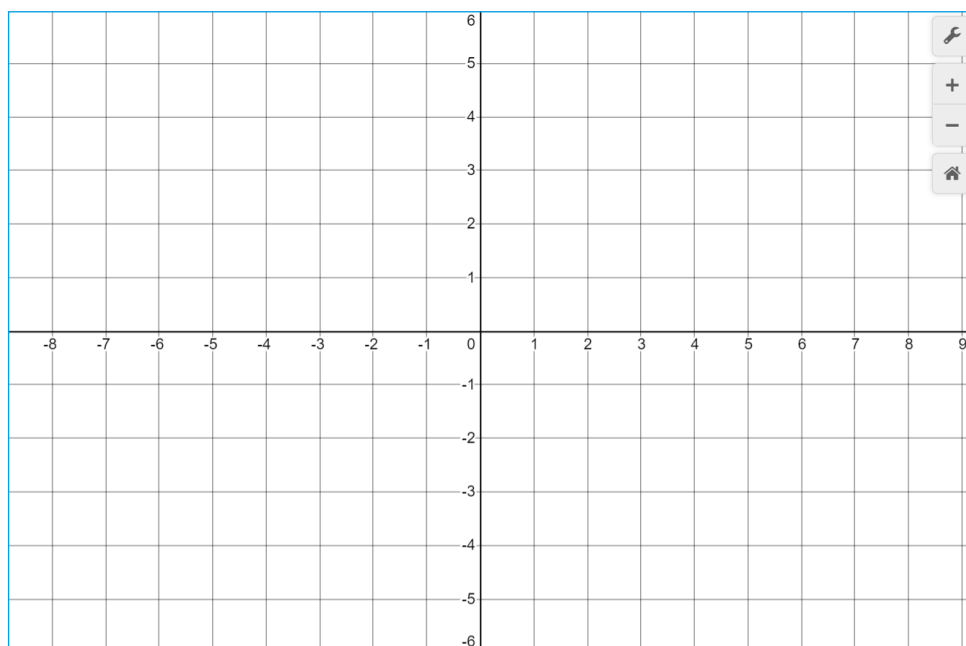
Exempel på elevsvar:



Koordinatsystemet

DEL 1: Negativa tal i koordinatsystemet

1. Eleven anpassar koordinatsystemet ungefär så här:



2. Repetera:

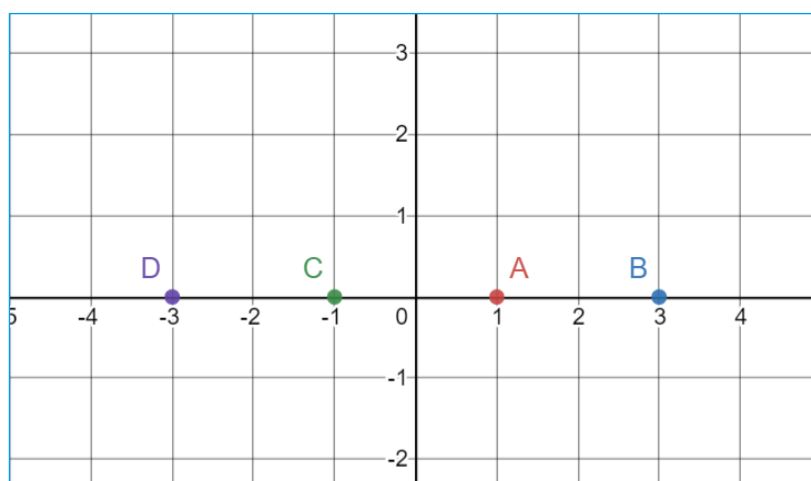
a) Var finns Origo?

Exempel på elevsvar: Origo är mitt i koordinatsystemet, där x - och y -axeln korsar varandra.

b) Vad är x respektive y i Origo? Rätt svar: I Origo är $x = 0$ och $y = 0$

c) Hur skriver man koordinaterna för Origo? Rätt svar: $(0,0)$

3. Vad är koordinaterna för följande punkter?



Rätt svar:

A $(1,0)$ C $(-1,0)$

B $(3,0)$ D $(-3,0)$

4. Eleven skriver in koordinaterna för punkterna i uppgiften ovan i listan som finns till vänster och kontrollerar att de hamnat rätt.

Kommentar: Om eleven skrivit in koordinaterna rätt hamnar punkterna på samma ställe som i uppgift 3. Dock kan punkterna ha andra färger än på den ursprungliga bilden.

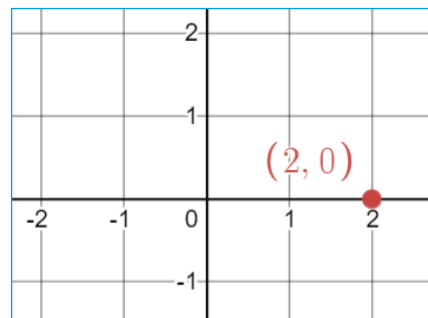
5. Nu ska du få lägga till "Etiketter" (A, B, C och D) till dina punkter så det stämmer med uppgift 3.

Klicka i rutan före "Etikett".

Vad händer då?

Svar: Om man endast klickar i rutan, utan att ange något på raden efter, syns koordinaterna för den punkten i koordinatsystemet.

Exempel:



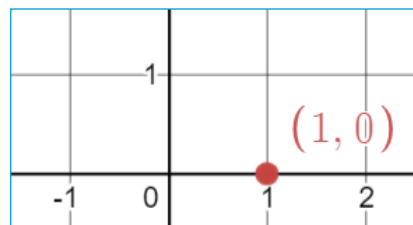
Eleven skapar "Etiketter" genom att namnge punkterna.

6. Byt plats på x - och y -koordinaten för punkt A. Exempel: Om koordinaterna för punkt A var $(2,0)$ ska du ändra dem till $(0,2)$.

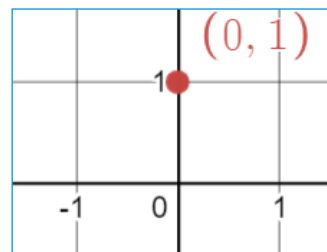
Vad händer? Varför?

Svar: Punkt A hade koordinaterna $(1,0)$. Om man byter plats på x - och y -koordinaten blir koordinaterna $(0,1)$. Då flyttas den punkten till ett annat ställe, med koordinaterna $(0,1)$, i koordinatsystemet.

Före:

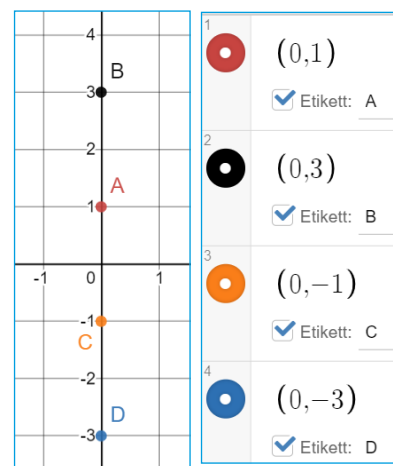


Efter:



7. Fortsätt med punkterna B, C och D.

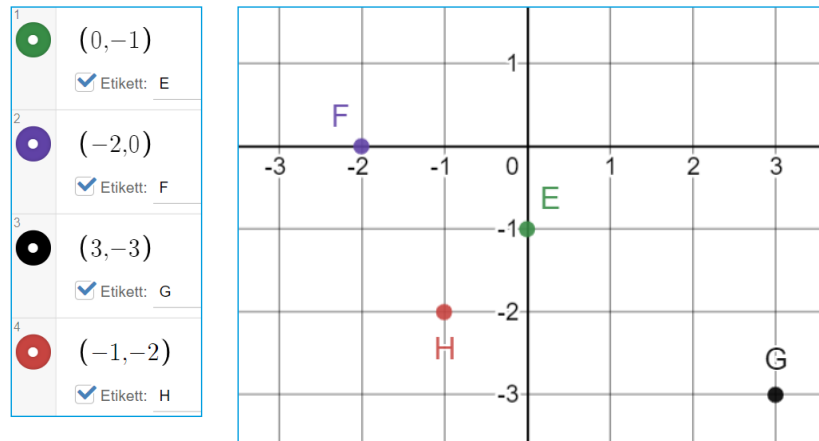
Punkternas nya koordinater och placering:



8. Lägg till en punkt som

- a) ligger på y -axeln och som har en negativ y -koordinat.
Döp punkten till E.
- b) ligger på x -axeln och som har en negativ x -koordinat.
Döp punkten till F
- c) har en positiv x -koordinat och en negativ y -koordinat.
Döp punkten till G.
- d) har en negativ x -koordinat och en negativ y -koordinat.
Döp punkten till H.

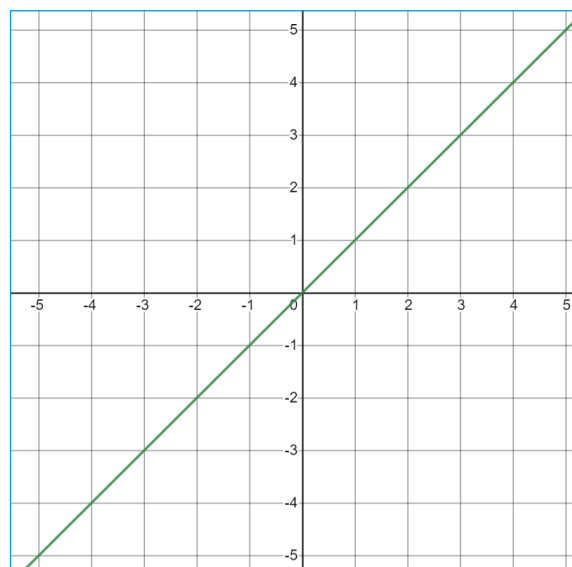
Exempel på elevsvar:



DEL 2: Hitta punkter på linjen

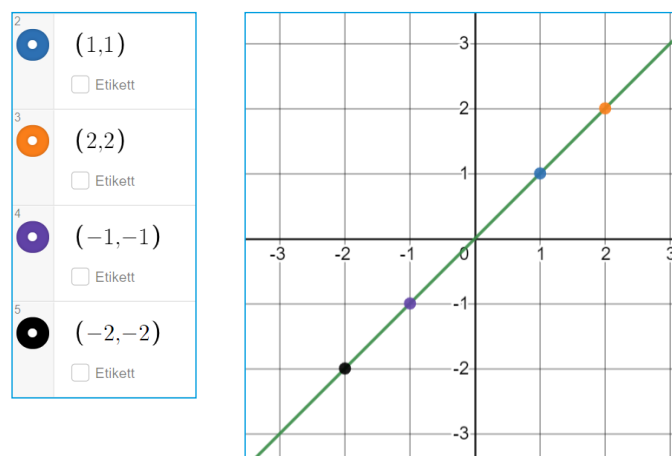
1. Rensa listan till vänster på koordinater. Skriv $y = x$ på översta raden:
Vad händer i koordinatsystemet?

Exempel på elevsvar: En lutande linje dyker upp i koordinatsystemet. Linjen går genom origo och ser ut så här:



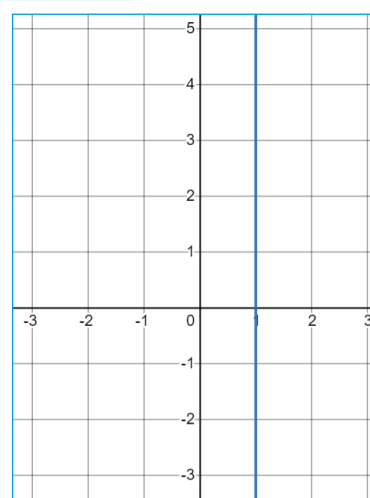
2. Skriv in koordinater för fyra punkter som ligger på linjen.
Minst två av punkterna ska ha negativa koordinater.

Exempel på elevsvar:



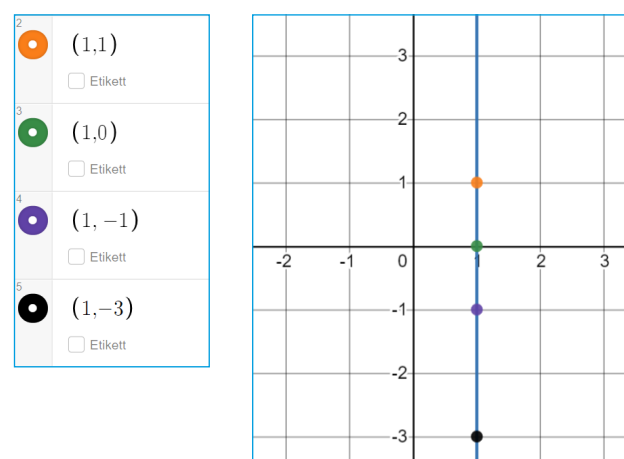
3. Rensa listan och skriv $x = 1$ på rad 1.
Vad händer i koordinatsystemet?

Exempel på elevsvar: En lodrät linje som går genom x-axeln vid $x=1$. Så här:



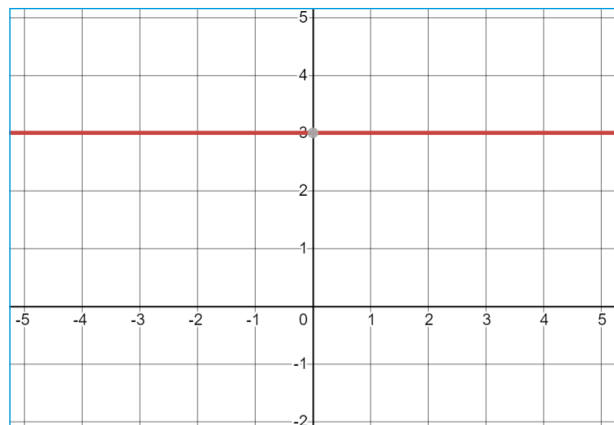
4. Skriv in koordinater för fyra punkter som ligger på linjen.
Minst två av punkterna ska ha en negativ koordinat.

Exempel på elevsvar:







5. Rensa listan och skriv $y = 3$ på rad 1.
Vad händer i koordinatsystemet?

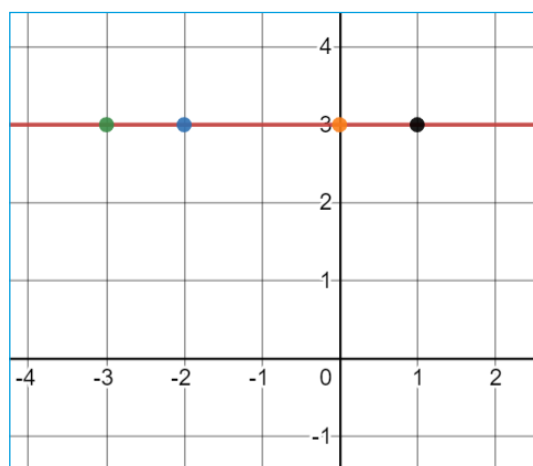
Exempel på elevsvar: En vågrät linje som går genom $y=3$ dyker upp.
Så här ser det ut:



6. Skriv in koordinater för fyra punkter som ligger på linjen.
Minst två av punkterna ska ha en negativ koordinat.

Exempel på elevsvar:

| | | | | |
|---|---|----------|--------------------------|---------|
| 2 |  | $(1,3)$ | <input type="checkbox"/> | Etikett |
| 3 |  | $(0,3)$ | <input type="checkbox"/> | Etikett |
| 4 |  | $(-2,3)$ | <input type="checkbox"/> | Etikett |
| 5 |  | $(-3,3)$ | <input type="checkbox"/> | Etikett |



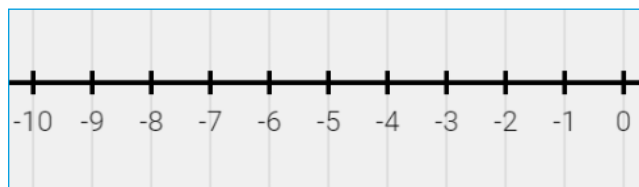
Tallinjen

DEL 1: Negativa tal på tallinjen

Du ska nu få arbeta med negativa tal med hjälp av tallinjen.

I lathunden "Number Line" finns en mer ingående förklaring av verktyget.

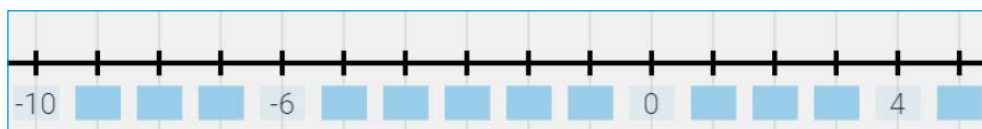
1. Eleven öppnar "Number Line" och ändrar inställningarna för tallinjen så den ser ut så här:



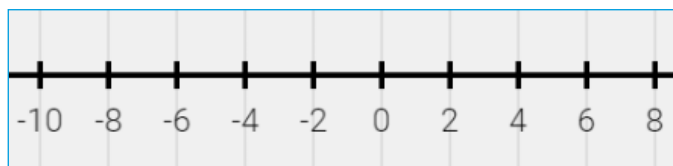
2. Klicka på rätt ruta för följande tal:

- a) -10
- b) -6
- c) 0
- d) 4

Om eleven gjort rätt visas följande:



3. Eleven ändrar inställningen för tallinjen så den ser ut så här istället:



4. Klicka på rätt ruta för följande tal:

- a) -10
- b) -4
- c) 0
- d) 2

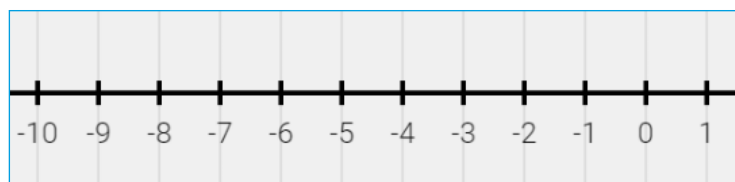
Om eleven gjort rätt visas följande:



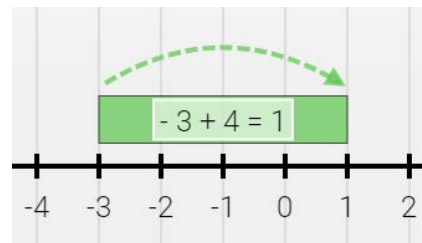
5. Eleven tillverkar uppgifter till sina klasskamrater som går att lösa samt löser klasskamraternas uppgifter.

DEL 2: Räkna med negativa tal på tallinjen

1. Eleven ändrar inställningarna för tallinjen så den startar på -10



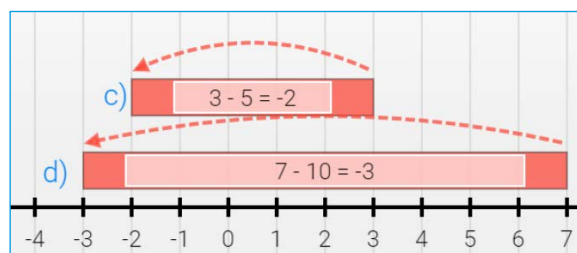
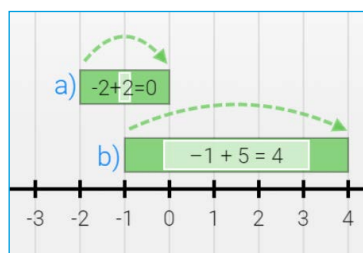
2. Eleven lägger till ett "hopp", flyttar det till rätt placering, korrigerar längd samt skriver in räkneoperationen $-3 + 4 = 1$:



3. Gör om proceduren för räkneoperationerna nedan. Skriv även ut svaret.

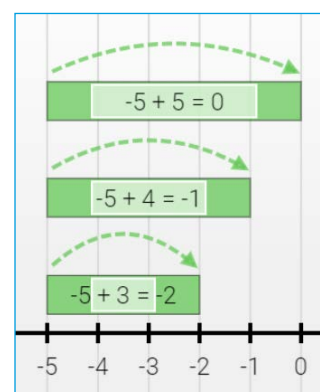
a) $-2 + 2 =$ b) $-1 + 5 =$ c) $3 - 5 =$ d) $7 - 10 =$

Rätt svar:



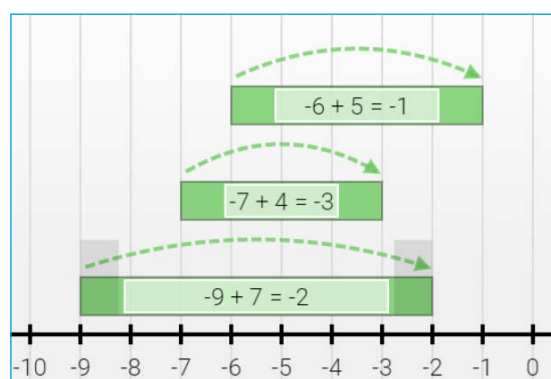
4. Ge tre exempel på räkneoperationer med addition där den första termen är -5 och summan är mindre än 1.

Exempel på elevsvar:



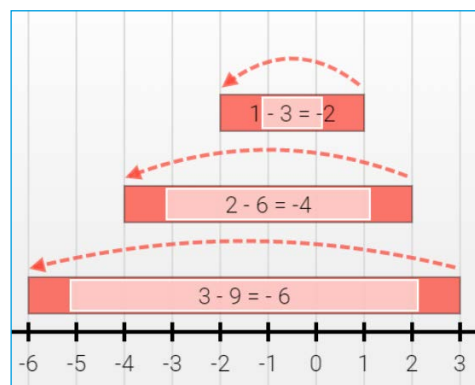
5. Ge tre exempel på räkneoperationer med addition där den första termen är mindre än -5 och summan är mindre än 0.

Exempel på elevsvar:



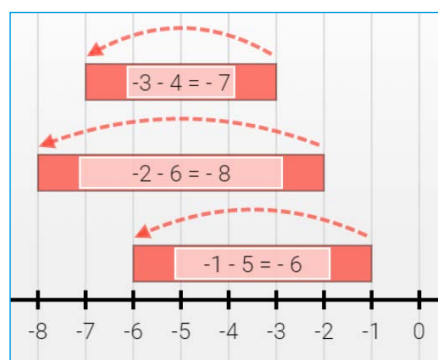
6. Ge tre exempel på räkneoperationer med subtraktion där den första termen är positiv och differensen är negativ.

Exempel på elevsvar:



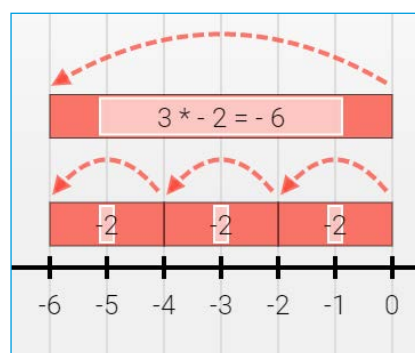
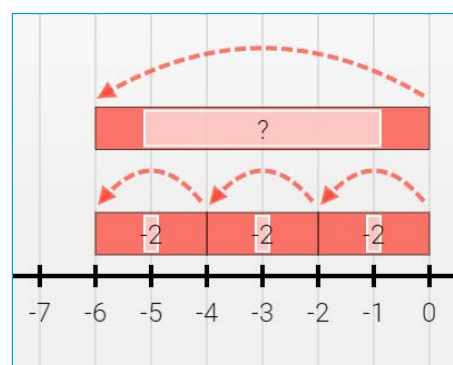
7. Ge tre exempel på räkneoperationer med subtraktion där den första termen är negativ och där differensen också är det.

Exempel på elevsvar:



8. Vilken multiplikation skulle det här kunna vara?

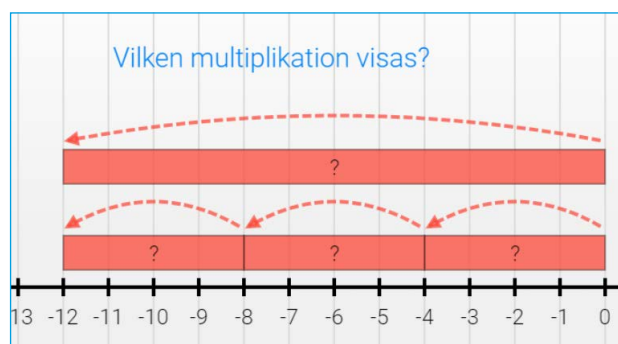
Rätt svar: $3 \cdot -2 = -6$



9. Gör liknande uppgifter till dina klasskamrater. Låt den första faktorn vara positiv och mindre än 10. Den andra ska vara negativ och större eller lika med -5 .

Byt uppgifter med varandra.
Diskutera era uppgifter och resultat.

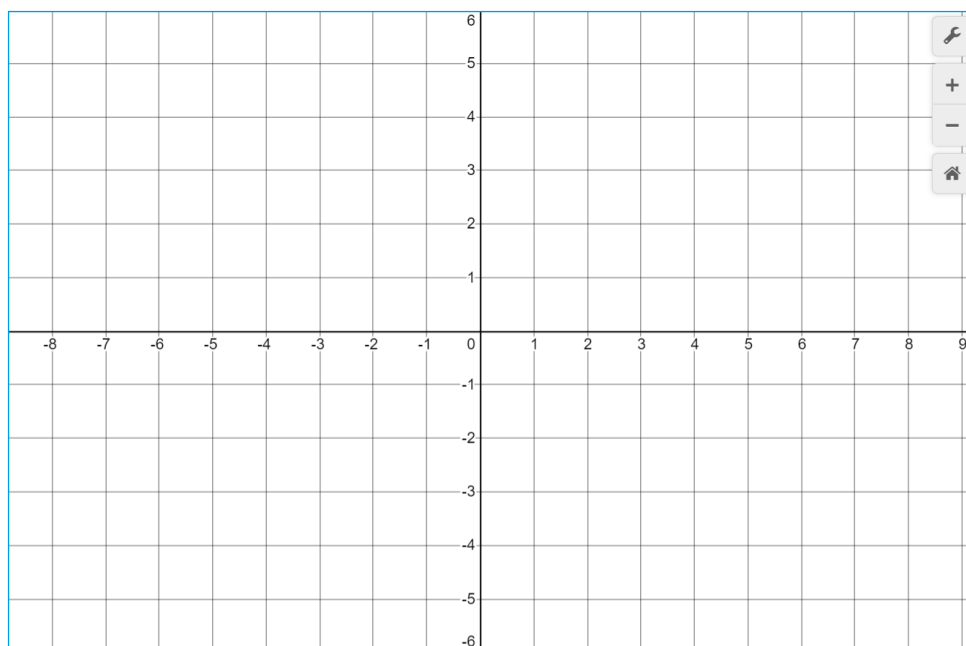
Exempel på elevsvar:



Koordinatsystemet

DEL 1: Negativa tal i koordinatsystemet

1. Eleven öppnar Desmos grafräknare och anpassar koordinatsystemet ungefär så här:



2. Repetera:

a) Hur skriver man koordinaterna för en punkt?

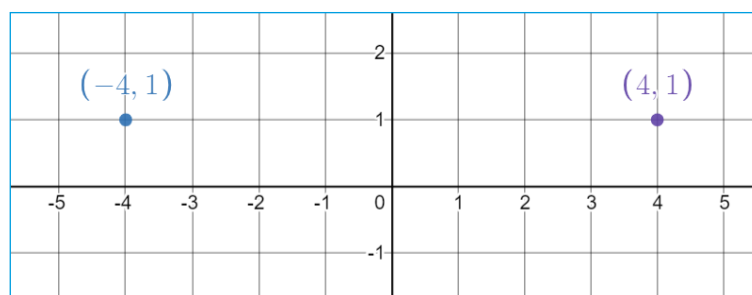
Svar: Till exempel så här $(2,3)$ eller $(0,0)$.

b) En punkt har koordinaterna $(2,3)$. Vad står 2 respektive 3 för?

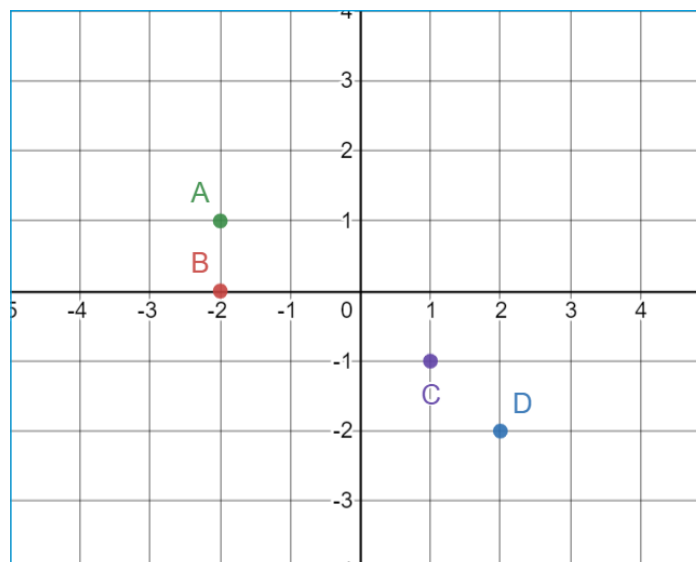
Svar: Den första siffran (2) är x -koordinaten medan den andra (3) är y -koordinaten.

c) Vilken punkt ligger längst till vänster, $(-4,1)$ eller $(4,1)$?

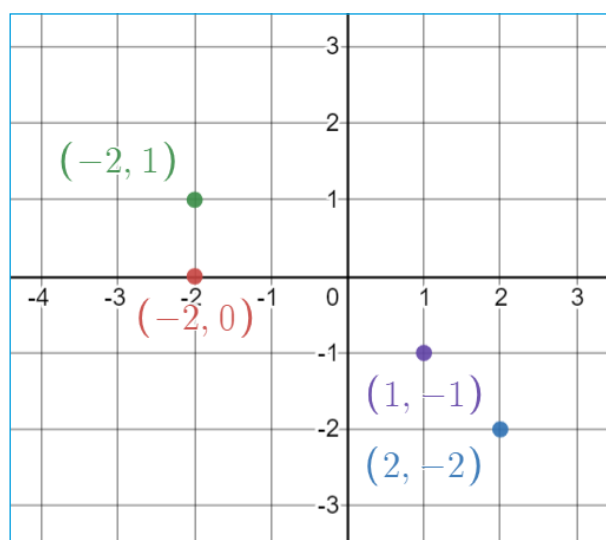
Svar: $(-4,1)$ ligger längst till vänster eftersom x -koordinaten för den punkten (-4) är mindre än x -koordinaten för den andra punkten (4) . Ju mindre x -koordinat, desto längre till vänster.



3. Vad är koordinaterna för följande punkter?



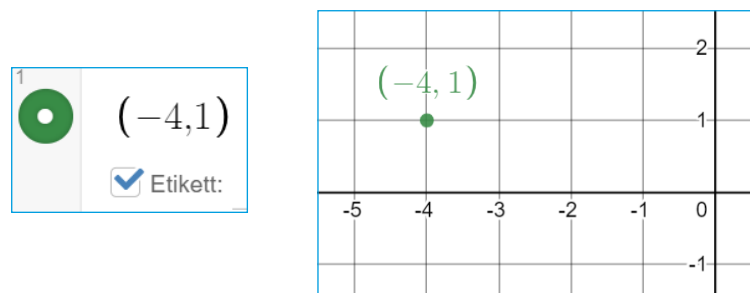
Rätt svar:



- Eleven skriver in koordinaterna i listan och avgör om koordinaterna är rätt genom att jämföra med bilden från föregående uppgift.
- Nu ska du få lägga till "Etiketter" (A, B, C och D) till dina punkter så det stämmer med uppgift 3.

Klicka i rutan före "Etikett". Vad händer då?

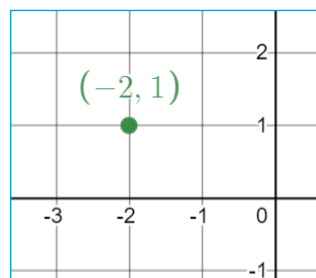
Svar: Om man endast klickar i rutan utan att skriva något på raden efter, visas koordinaterna för punkten i koordinatsystemet. Exempel:



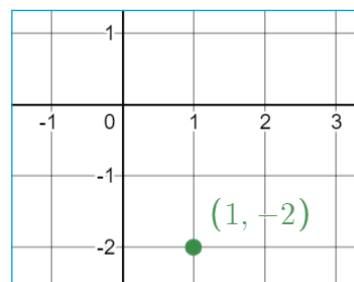
6. Vad tror du kommer hända om du byter plats på x - och y -koordinaten för punkt A? Exempel: Om koordinaterna för punkt A var $(2,0)$ ska du ändra dem till $(0,2)$.
7. Testa. Vad händer? Varför?

Punkt A hade koordinaterna $(-2,1)$. Om man byter plats på x - och y -koordinaten blir koordinaterna $(1,-2)$. Då flyttas den punkten till ett annat ställe, med koordinaterna $(1,-2)$, i koordinatsystemet.

Före:



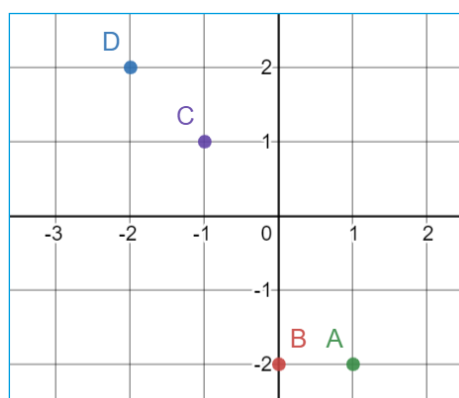
Efter:



8. Fortsätt med punkterna B, C och D. Börja med att gissa punktens nya placering, och testa sedan.

Punkternas nya koordinater och placering:

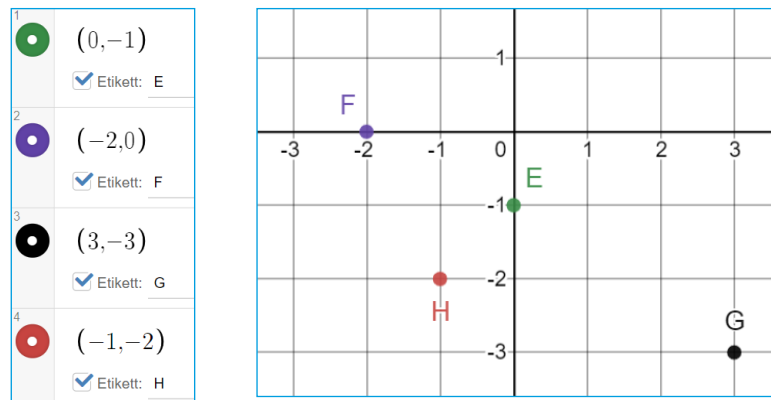
| | | | |
|---|--|-----------|--|
| 1 | | $(1, -2)$ | <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: A |
| 2 | | $(0, -2)$ | <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: B |
| 3 | | $(-1, 1)$ | <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: C |
| 4 | | $(-2, 2)$ | <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: D |



9. Lägg till en punkt som
- ligger på y -axeln och som har en negativ y -koordinat. Döp punkten till E.
 - ligger på x -axeln och som har en negativ x -koordinat. Döp punkten till F.
 - har en positiv x -koordinat och en negativ y -koordinat. Döp punkten till G.
 - har en negativ x -koordinat och en negativ y -koordinat. Döp punkten till H.

Kontrollera dina svar innan du går vidare.

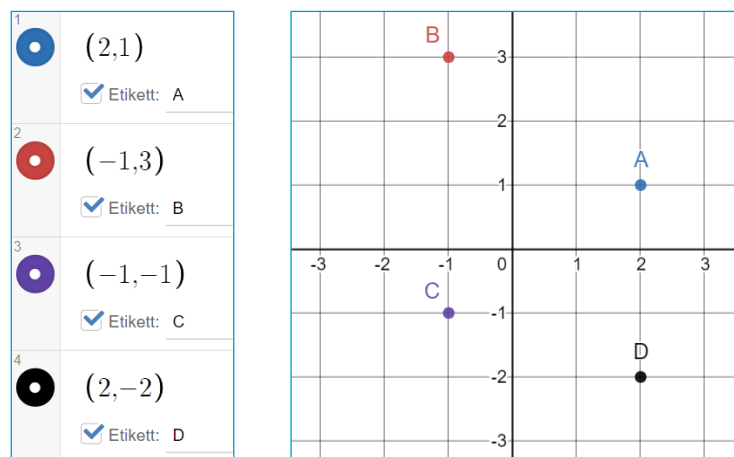
Exempel på elevsvar:



10. Rensa listan. Lägg till koordinater för en punkt som ligger i ...

- ... första kvadranten. Döp punkten till A.
- ... andra kvadranten. Döp punkten till B.
- ... tredje kvadranten. Döp punkten till C.
- ... fjärde kvadranten. Döp punkten till D.

Exempel på elevsvar:



11. Försök formulera en regel. Vilket samband finns mellan koordinaterna för punkter som finns i ...

- ... första kvadranten?
- ... tredje kvadranten?

Du kan inleda med:

”Om en punkt finns i första kvadranten är båda koordinaterna ...”

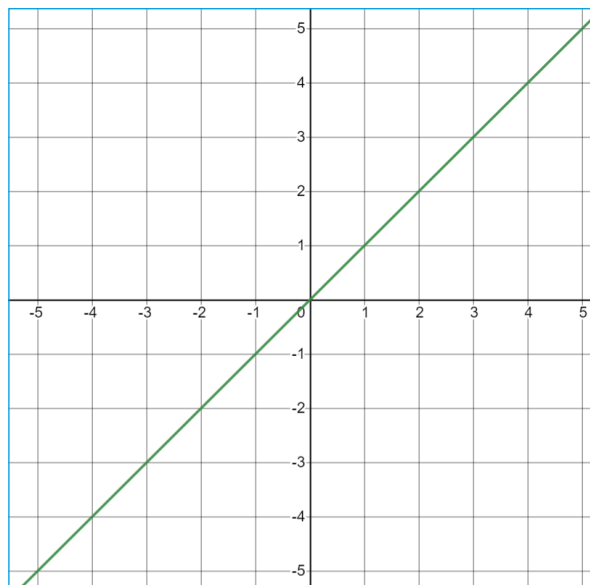
Exempel på elevsvar:

- Om en punkt finns i första kvadranten är båda koordinaterna för punkten positiva, till exempel (2,3).
- Om en punkt finns i tredje kvadranten är båda koordinaterna för punkten negativa, till exempel (-2,-3).

DEL 2: Hitta punkter på linjen

1. Rensa listan till vänster på koordinater. Skriv $y = x$ på översta raden. Vad händer i koordinatsystemet?

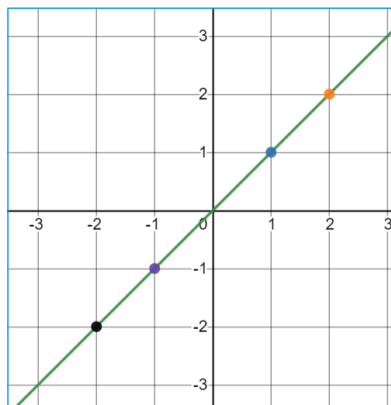
Exempel på elevsvar:
En lutande linje dyker upp i koordinatsystemet. Linjen går genom origo och ser ut så här:



2. Skriv in koordinater för fyra punkter som ligger på linjen. Minst två av punkterna ska ha negativa koordinater.

Exempel på elevsvar:

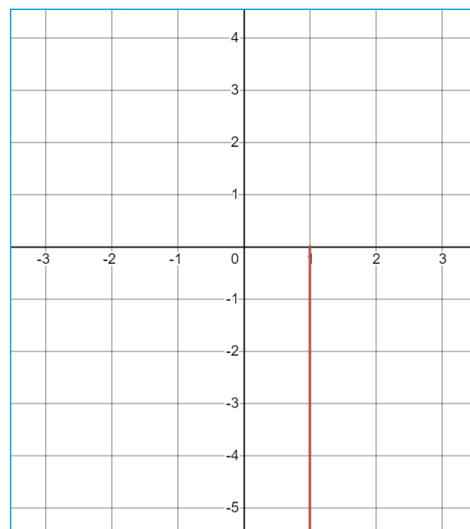
| | | | |
|---|----------------------------------|---------|----------------------------------|
| 2 | <input checked="" type="radio"/> | (1,1) | <input type="checkbox"/> Etikett |
| 3 | <input checked="" type="radio"/> | (2,2) | <input type="checkbox"/> Etikett |
| 4 | <input checked="" type="radio"/> | (-1,-1) | <input type="checkbox"/> Etikett |
| 5 | <input checked="" type="radio"/> | (-2,-2) | <input type="checkbox"/> Etikett |



3. Rensa listan och skriv $x = 1 \{y < 0\}$ på rad 1.

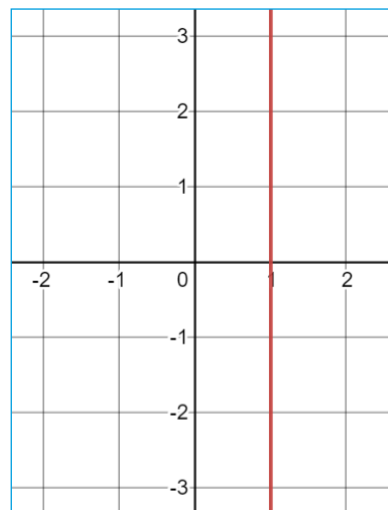
a) Vad händer i koordinatsystemet?

En lodrät linje som går genom $x=1$ visas. Linjen visas bara i fjärde kvadranten, alltså där y är mindre än 0 ($y < 0$):



b) Vad tror du tillägget $\{y < 0\}$ betyder? Motivera.

$y < 0$ betyder att y ska vara mindre än noll. Utan tillägget visas linjen även ovanför x -axeln, där $y > 0$:



4. Skriv in koordinater för tre punkter som ligger på linjen.

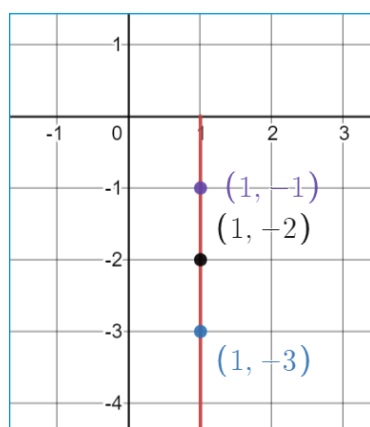
Exempel på elevsvar:

1 $x = 1 \{y < 0\}$

2 $(1, -1)$
Etikett: _____

3 $(1, -2)$
Etikett: _____

4 $(1, -3)$
Etikett: _____

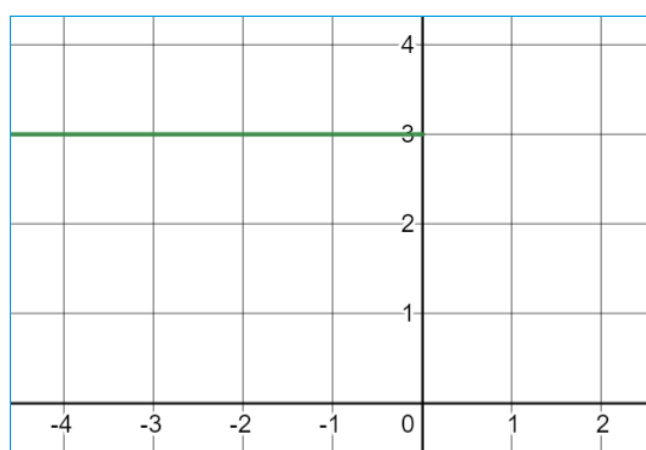


5. Rensa listan och skriv $y = 3 \{x < 0\}$ på rad 1.

a) Vad händer i koordinatsystemet?

En vågrät linje som går genom $y = 3$ visas. Den visas bara för värden där x är mindre än noll, $x < 0$:

1 $y = 3 \{x < 0\}$




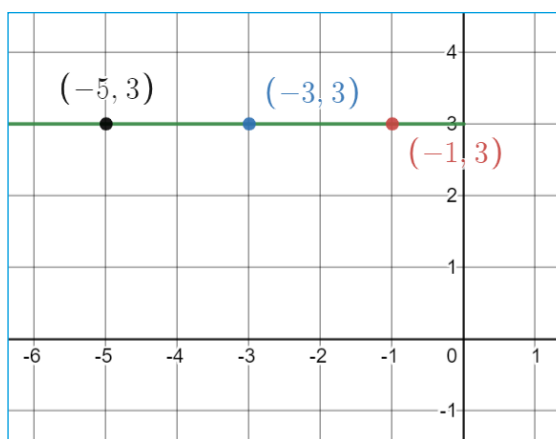
b) Vad tror du tillägget $\{x < 0\}$ betyder? Motivera.

Tillägget betyder att x ska vara mindre än 0. Utan tillägget hade linjen fortsatt på höger sida om y -axeln, alltså där $x > 0$.

6. Skriv in koordinater för tre punkter som ligger på linjen.

Exempel på elevsvar:

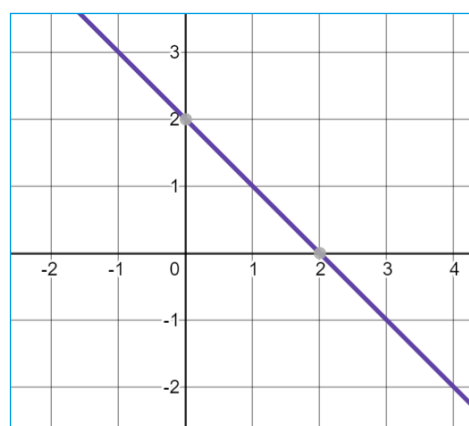
| | |
|---|---|
| 1 |  $y = 3 \{x < 0\}$ |
| 2 |  $(-1, 3)$ <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: _____ |
| 3 |  $(-3, 3)$ <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: _____ |
| 4 |  $(-5, 3)$ <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: _____ |



7. Rensa listan och skriv $y = -x + 2$ på rad 1.





Genom vilka kvadranter går linjen?

Svar: Genom 1:a, 2:a och 4:e kvadranten:



8. Skriv in koordinater för tre punkter som ligger på linjen. Punkterna ska finnas i fler än en kvadrant.

Exempel på elevsvar:

| | |
|---|---|
| 1 |  $y = -x + 2$ |
| 2 |  $(1, 1)$ <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: _____ |
| 3 |  $(-1, 3)$ <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: _____ |
| 4 |  $(4, -2)$ <input checked="" type="checkbox"/> Etikett: _____ |

